

УДК 681.5

## СИНТЕЗ НЕЧЕТКИХ ЛОГИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ

**М. В. Бураков,**

канд. техн. наук, доцент

**А. С. Коновалов,**

доктор техн. наук, профессор

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Анализируется структура и принципы разработки нечетких ПИД-регуляторов, которые могут быть рассмотрены как естественное развитие последовательных ПИД-регуляторов. Предлагается простой четырехшаговый метод настройки нечеткого ПИД-регулятора. Разработанный контроллер обеспечивает типовые требования к переходному процессу, используя малое количество управляющих правил. Предлагаемая методология подтверждена примерами цифрового моделирования.

**Ключевые слова** — системы управления, нечеткий логический регулятор, ПИД-регуляторы.

### Введение

Последовательные ПИД-регуляторы интенсивно используются в промышленности благодаря своей простоте, низкой стоимости и высокой эффективности при управлении линейными системами. Однако линейные ПИД-регуляторы обычно неэффективны для систем, у которых неизвестна точная математическая модель или присутствуют неопределенности. Нечеткие регуляторы ПИД-типа могут быть рассмотрены как естественное развитие последовательных ПИД-регуляторов.

Нечеткие логические регуляторы (НЛР) являются экспертными регуляторами, и алгоритмы их синтеза трудно формализовать для сложных объектов управления, обладающих свойством уникальности [1]. В то же время в последние годы наметилась тенденция к замене традиционных линейных регуляторов нечеткими регуляторами, и здесь могут быть рассмотрены регулярные алгоритмы синтеза НЛР, один из которых представлен ниже.

### ПИД-регуляторы

Как показывает многолетний опыт конструирования промышленных систем управления, большинство реальных динамических объектов либо описывается передаточными функциями первого или второго порядка (возможно, с запаздыванием), либо их динамические характеристики могут быть аппроксимированы этими функ-

циями. Эта особенность привела к широкому распространению линейных ПИД-регуляторов, как простого и надежного средства автоматизации [2–4].

Запишем основное уравнение ПИД-регулятора в виде

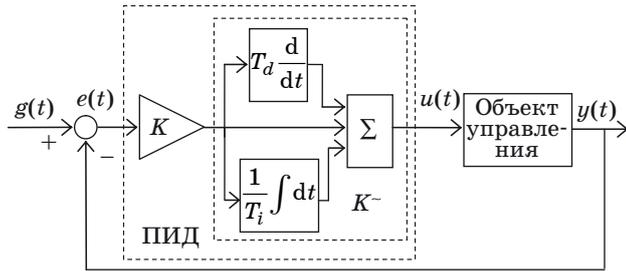
$$u(t) = u_0 + K \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (1)$$

где  $u_0$  — поправочное значение, которое может быть нулевым;  $K$  — усиление регулятора;  $e(t)$  — ошибка регулирования;  $T_i$  и  $T_d$  — постоянные времени интегрирования и дифференцирования.

Использование производной ошибки в формуле (1) позволяет подавить нежелательные колебания и уменьшить перерегулирование. Использование интеграла ошибки позволяет уменьшить до нуля установившуюся ошибку в системе.

Управляющая поверхность ПИД-регулятора является гиперплоскостью, а для его упрощенных версий — ПД- и ПИ-регуляторов — она описывается плоскостью.

Современная вычислительная техника позволяет легко найти оптимальные параметры ПИД-регулятора, если математическое описание объекта управления точно известно. Однако на практике передаточная функция объекта управления обычно неизвестна или может быть задана приближенно. В этой ситуации используются непосредственные эксперименты с объектом в соответствии с известными экспертными методиками (Зиглера — Николса [5] и др.).



■ Рис. 1. Система с ПИД-регулятором

В одном из вариантов метода Зиглера — Николса на первом шаге необходимо определить значение  $K = K_{\max}$  (при  $T_d = 0$  и  $T_i = \infty$ ), при котором на выходе объекта начинаются автоколебания. Затем параметры ПИД-регулятора рассчитывают исходя из  $K_{\max}$  и периода колебаний.

Таким образом, ПИД-регуляторы можно отнести к категории экспертных регуляторов, поскольку коэффициенты ПИД-регулятора определяются в результате ограниченного количества опытов с объектом управления по экспертной методике.

В соответствии с (1) ПИД-регулятор можно представить следующей структурой (рис. 1).

Как показывает рисунок, коэффициент усиления ПИД-регулятора описывается формулой

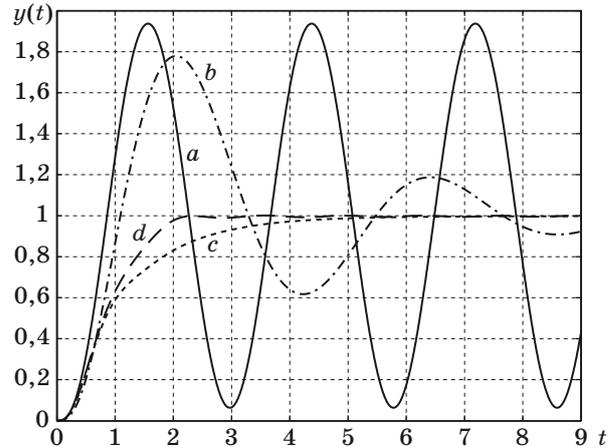
$$K_{\text{ПИД}} = K \cdot \tilde{K}, \quad (2)$$

где  $\tilde{K}$  — переменная часть коэффициента усиления, зависящая от текущего значения производной и интеграла ошибки управления.

Рассмотрим пример. Пусть объект управления задан передаточной функцией

$$W(s) = \frac{1}{(s^2 + 1)(s + 5)}.$$

В схеме моделирования в Simulink MatLab (рис. 2) параметры ПИД-регулятора рассчитаны по методике Зиглера — Николса. На рис. 3 пока-



■ Рис. 3. Переходные процессы в системе с ПИД-регулятором и НЛР

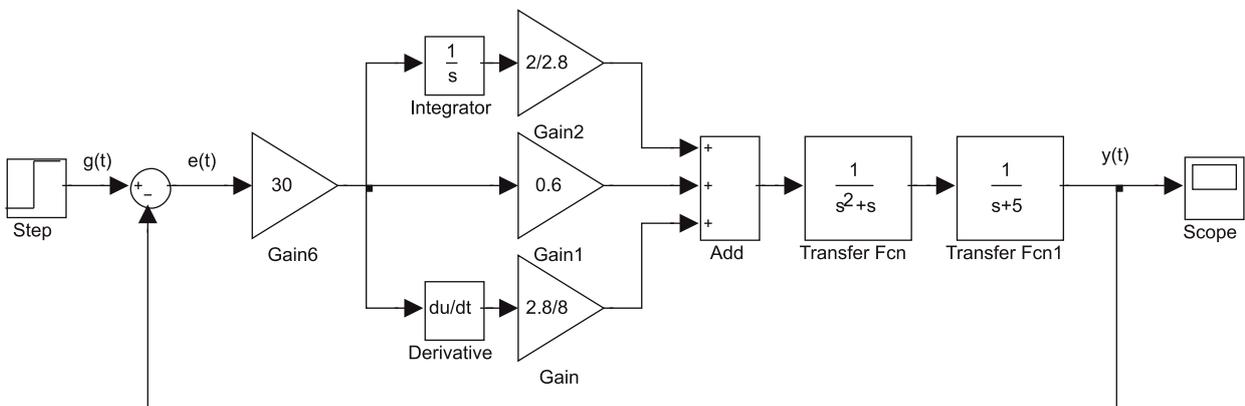
заны автоколебания в системе при  $K_{\max} = 30$  (кривая *a*) и переходный процесс в системе управления (кривая *b*). В системе наблюдается большое перерегулирование, что характерно для метода Зиглера — Николса.

Представление закона ПИД-управления в виде (2) позволяет лучше понять механизмы конструирования НЛР, которые предназначены для замены ПИД-регуляторов.

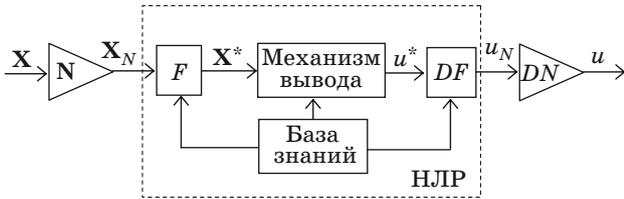
### Нечеткие регуляторы ПИД-типа

Нечеткие логические регуляторы ПИД-типа получают на входе, как следует из названия, ошибку управления, ее производную и интеграл. Соответственно, при меньшем числе входов возможны варианты НЛР ПД-, ПИ- или П-типа. Общая структура НЛР показана на рис. 4. Вектор входа  $X$  может иметь длину от одного до трех.

Входной вектор НЛР преобразуется в нечеткую форму  $X^*$  с помощью блока фаззификации  $F$ , затем выполняется нечеткий логический вывод



■ Рис. 2. Пример линейного ПИД-регулятора



■ Рис. 4. Структура НЛР

в базе правил, в результате чего получается нечеткая выходная переменная  $u^*$ . После дефаззификации (блок  $DF$ ) на объект управления поступает «четкий» сигнал управления  $u$ .

Блок  $N$  на рис. 4 обозначает операцию предобработки входного сигнала. Это может быть нормализация путем умножения  $x^i$  на масштабирующий коэффициент:

$$x_N^i = xN = x^i \frac{1}{|x_{\max}^i|},$$

либо операция ограничения значения входной величины до заданного диапазона  $[-x_{\max}, x_{\max}]$ :

$$x_N^i = \begin{cases} x^i, & |x^i| < x_{\max}^i; \\ x_{\max}^i \text{sign}(x^i), & |x^i| \geq x_{\max}^i. \end{cases} \quad (3)$$

В дальнейшем изложении используется второй вариант предобработки.

Постобработка выходного сигнала  $u$  (блок  $DN$ ) сводится к денормализации:

$$u = u_N DN = u_N |u_{\max}|,$$

где  $u_{\max}$  — максимальное значение управления, подаваемого на объект.

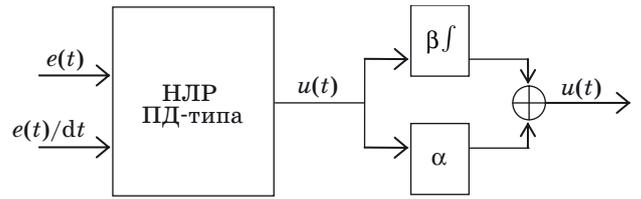
База знаний НЛР содержит описание термов лингвистических переменных (ЛП), которые вводятся для каждой входной и выходной переменной, а также собственно правил управления. Конструирование базы знаний является основной проблемой при настройке НЛР ПИД-типа для конкретного объекта управления.

Потенциальное количество правил НЛР оказывается равно декартову произведению мощностей терм — множеств входных ЛП. Так, например, если для каждой из трех входных ЛП используется 5 термов, то получается 125 потенциальных правил, для которых нужно определить заключения. Эта громоздкая система трудно поддается настройке.

Поэтому для решения задачи синтеза НЛР требуется учесть ряд упрощающих допущений.

1. Использование производной в НЛР, как и в обычном регуляторе, служит только для борьбы с перерегулированием.

2. Использование интеграла в НЛР позволяет довести до нуля статическую ошибку и мало вли-



■ Рис. 5. Вариант структуры НЛР ПИД

яет на быстродействие. Можно показать (см., например, [6]), что НЛР ПИ-типа отличается от НЛР ПД-типа только тем, что вырабатывает не сигнал управления, а его приращение. Это позволяет при реализации НЛР ПИД-типа использовать структуру, показанную на рис. 5, где  $\alpha$  и  $\beta$  — настраиваемые коэффициенты.

Таким образом, конструирование НЛР ПИД-типа основывается на синтезе НЛР П-типа, поведение которого улучшается введением производной и интеграла ошибки.

### Анализ работы нечеткого регулятора П-типа

Нечеткий логический регулятор П-типа реализует в общем случае нелинейный закон управления. Однако можно показать условия, при которых НЛР становится линейным. Рассмотрим с этой целью простейший регулятор с тремя правилами (здесь, как и в обычном П-регуляторе, знак управления совпадает со знаком ошибки):

- если  $e = \langle O \rangle$ , то  $u = \langle O \rangle$ ;
- если  $e = \langle H \rangle$ , то  $u = \langle H \rangle$ ;
- если  $e = \langle П \rangle$ , то  $u = \langle П \rangle$ ,

где  $\langle O \rangle$ ,  $\langle П \rangle$ ,  $\langle H \rangle$  — лингвистические метки «отрицательное», «положительное», «нулевое».

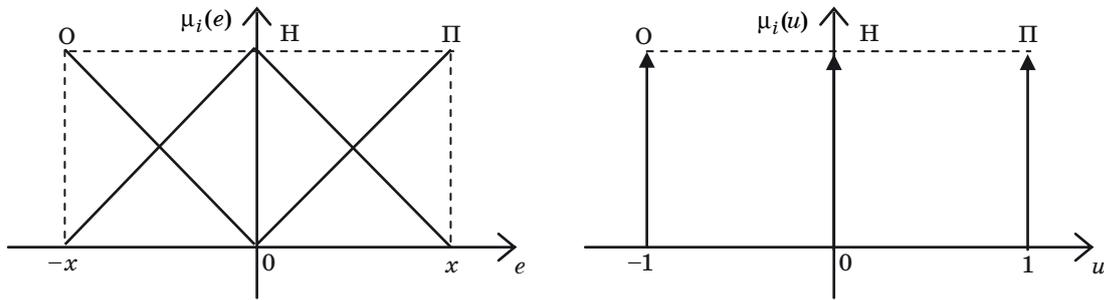
Для того чтобы НЛР был линейным, необходимо выполнение следующих условий:

- 1) используются треугольные функции принадлежности;
- 2) термы образуют нечеткое разбиение соответствующих базовых множеств;
- 3) для дефаззификации используется дискретный метод центра тяжести.

Пусть описания термов нормализованных входной и выходной переменных НЛР выбраны в виде, показанном на рис. 6.

Тогда, используя для дефаззификации дискретный метод центра тяжести, для любого значения ошибки справа от нуля имеем следующее значение сигнала управления (при  $x = 1$ ):

$$u = \frac{\sum_{i=1}^2 \mu_i(e) u_i}{\sum_{i=1}^2 \mu_i(e)} = \frac{\mu_H(e)0 + \mu_{П}(e)1}{1} = \mu_{П}(e) = e.$$



■ Рис. 6. Описание вход-выходных термов нечеткого регулятора

Аналогично слева от нуля также выполняется  $u = e$ , т. е. получен линейный регулятор с единичным коэффициентом усиления.

Свойство линейности может выполняться при любом количестве термов, если термы имеют треугольную форму и образуют нечеткое разбиение базового множества, а для дефаззификации используется дискретный метод центра тяжести.

В общем случае, когда  $x \neq 1$ , получаем соотношение

$$u = \frac{e}{x} \Rightarrow \frac{u}{e} = \frac{1}{x} = K.$$

Таким образом, коэффициент усиления НЛР больше единицы, если  $x < 1$ .

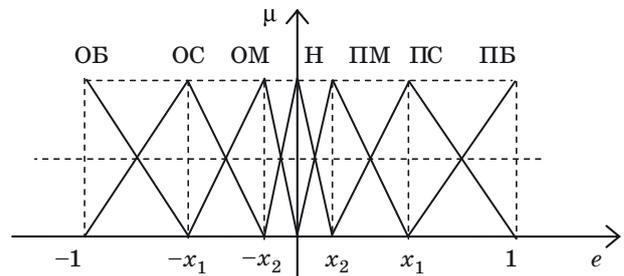
Как известно, линейное пропорциональное управление может вызывать конфликт между требованиями к переходному процессу: большое значение  $K$  уменьшает время нарастания, но одновременно увеличивает перерегулирование, и малое значение  $K$  уменьшает перерегулирование, но увеличивает время переходного процесса.

Нечеткий регулятор может иметь преимущество перед линейным регулятором, только если он обеспечивает переменное усиление на разных этапах переходного процесса.

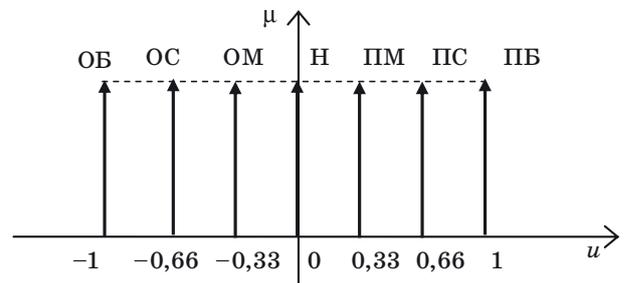
Типовой переходный процесс содержит три основных участка: разгон, торможение, стабилизацию. Соответственно нелинейный закон управления должен содержать три линейных участка. В этом случае НЛР должен иметь 7 термов для входной переменной (рис. 7, где «ОМ», «ПМ», «ОС», «ПС», «ОБ», «ПБ» — лингвистические метки «отрицательное малое», «положительное малое», «отрицательное среднее», «положительное среднее», «отрицательное большое», «положительное большое»).

Выходные термы НЛР можно расположить равномерно по базовой шкале (рис. 8), тогда каждому управляющему правилу (их, очевидно, оказывается семь) будет соответствовать свой коэффициент усиления.

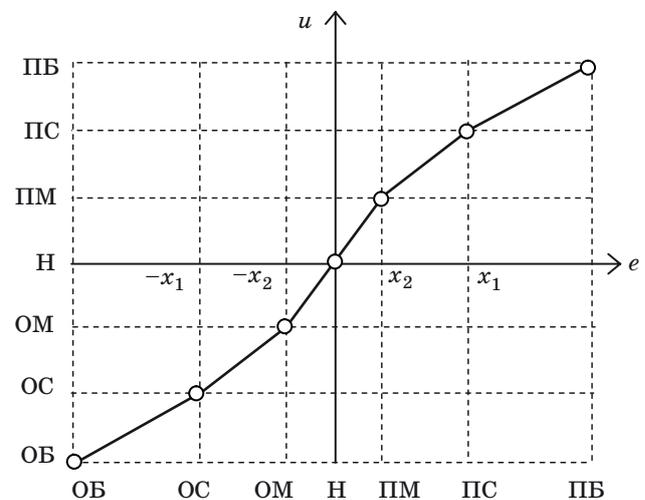
Графическое представление закона управления показано на рис. 9.



■ Рис. 7. Описание входных термов нечеткого регулятора



■ Рис. 8. Описание выходных термов нечеткого регулятора



■ Рис. 9. Закон управления нелинейного НЛР П-типа

Таким образом, синтез НЛР П-типа заключается в выборе положения центров термов «ПМ» и «ПС» (симметрично располагаются «ОМ» и «ОС»).

Задачу конструирования нелинейного НЛР П-типа можно рассмотреть как задачу синтеза кусочно-линейного закона управления. При этом нечеткость описания сглаживает переход от одного участка к другому.

**Синтез нечеткого регулятора ПД-типа**

Представим систему управления с НЛР ПД-типа в виде, соответствующем формуле (2) (рис. 10).

Входные величины НЛР нормализуются в соответствии с (3). В качестве коэффициента денормализации выбрано значение коэффициента усиления, при котором система находится на границе устойчивости:  $DN = K = K_{max}$ . Можно сказать, что этот коэффициент усиления описывает базовой П-регулятор.

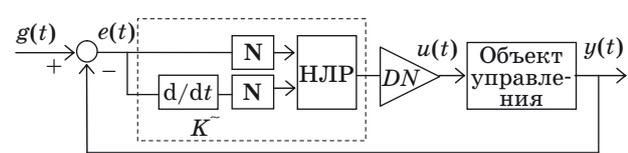
Как и в случае с обычным ПД-регулятором, переменная часть коэффициента усиления  $K$  служит для дополнительного усиления и демпфирования системы.

Рассмотрим линейный НЛР ПД-типа, у которого для каждой входной и выходной переменной использовано по 7 термов.

Будем считать, что используются, аналогично схеме рис. 6, треугольные функции принадлежности для входных переменных, так что они образуют нечеткое разбиение соответствующих базовых множеств.

При использовании 7 термов по каждой переменной получается 49 управляющих правил.

Входы и выход НЛР ПД нормализованы, поэтому выполняется



■ Рис. 10. Нечеткий логический регулятор ПД-типа

$$u^* = e^* + (de/dt)^*$$

Лингвистические переменные  $u^*$ ,  $e^*$  и  $(de/dt)^*$  имеют одинаковые множества термов. Тогда, учитывая ограниченные размеры базовой шкалы, можно записать 49 вариантов ограниченной суммы:

- ОБ + ОБ = ОБ; ОБ + ОС = ОБ;
- ОБ + ОМ = ОБ; ОБ + Н = ОБ;
- ОБ + ПМ = ОС; ОБ + ПС = ОМ;
- ОБ + ПБ = Н; ОС + ОБ = ОБ;
- ОС + ОС = ОБ; ОС + ОМ = ОБ;
- ОС + Н = ОС; ОС + ПМ = ОМ;
- ОС + ПС = Н; ОС + ПБ = ПМ;

...

- ПБ + ОБ = Н; ПБ + ОС = ПМ;
- ПБ + ОМ = ПС; ПБ + Н = ПБ;
- ПБ + ПМ = ПБ; ПБ + ПС = ПБ; ПБ + ПБ = ПБ.

Лингвистический закон управления принимает вид, показанный в таблице (впервые подобный табличный нечеткий закон управления описан в работе [7]).

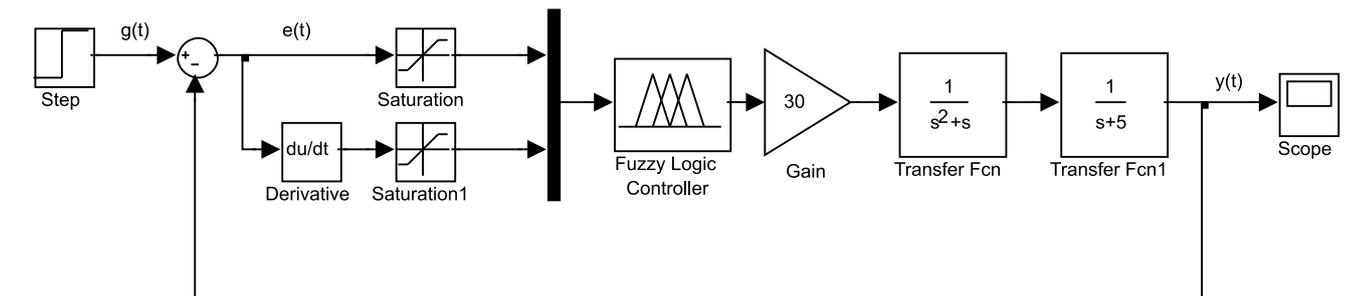
Обосновать закон управления НЛР ПД-типа также можно путем анализа типового переходного процесса на фазовой плоскости [6].

Схема моделирования НЛР ПД-типа в Simulink MatLab показана на рис. 11.

Включение линейного НЛР ПД-типа должно погасить колебания в системе. Это подтверждается графиком переходного процесса (см. рис. 3, кривая с). Получен апериодический переходный

■ Расширенная таблица правил

$(de/dt)^*$	$e^*$						
	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ
ОБ	ОБ	ОБ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н
ОС	ОБ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ
ОМ	ОБ	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС
Н	ОБ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ
ПМ	ОС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ
ПС	ОМ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ	ПБ
ПБ	Н	ПМ	ПС	ПБ	ПБ	ПБ	ПБ



■ Рис. 11. Система управления с НЛР ПД-типа

процесс, быстродействие увеличено в 2,5–3 раза по отношению к ПИД-регулятору.

Дальнейшего увеличения быстродействия можно добиться при нелинейном расположении термов  $e^*$ . Выбирая величины  $x_1$  и  $x_2$  (см. рис. 7), получаем нелинейный закон управления. Переходный процесс, показанный на рис. 3, кривая  $d$ , получен при  $x_1 = 0,5$  и  $x_2 = 0,1$ . Время переходного процесса уменьшено в 2 раза по отношению к линейному НЛР.

Статическая ошибка в системе близка к нулю, поэтому задачу синтеза регулятора можно считать решенной. В противном случае выход системы должен быть изменен в соответствии с рис. 5.

### Заключение

Приведенные выше рассуждения и примеры моделирования позволяют сформулировать простой алгоритм синтеза НЛР ПИД-типа, состоящий из следующих шагов.

1. Рассматривается линейный П-регулятор. Коэффициент усиления увеличивается до возникновения в системе автоколебаний. Полученное значение  $K_{\max}$  фиксируется и рассматривается как коэффициент денормализации нечеткого регулятора.

2. В систему последовательно включается стандартный линейный НЛР ПД-типа с 7 термами для каждой ЛП и 49 правилами, задача которого заключается в подавлении колебаний.

3. Линейный НЛР ПД-типа преобразуется в нелинейный путем смещения центров промежуточных термов входных ЛП «ошибка управления» в сторону нуля. Выбираются два параметра  $x_1$  и  $x_2$  (см. рис. 7). Цель этого этапа — уменьшение времени переходного процесса.

4. В случае наблюдаемой статической ошибки в системе выход регулятора преобразуется в соответствии с рис. 5. Выбор параметров  $\alpha$  и  $\beta$  обеспечивает уменьшение статической ошибки.

Рассмотренный алгоритм синтеза НЛР ПИД-типа отличается простотой, поскольку позволяет использовать стандартную форму описания ЛП и стандартный набор управляющих правил. Настройка регулятора на конкретный объект предполагает проведение ограниченного количества экспериментов для выбора не более чем 4 параметров регулятора.

Нечеткий регулятор показывает намного лучшие динамические свойства, чем классический ПИД-регулятор, поэтому практический эффект от замены регулятора вполне очевиден.

### Литература

1. Бураков М. В., Коновалов А. С. Проектирование нейронных и нечетких регуляторов с помощью генетического алгоритма // Управление в условиях неопределенности / Под ред. А. Е. Городецкого; СПбГТУ. — СПб., 2002. — 399 с.
2. Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID control / ISA (The Instrumentation, System, and Automation Society), 2006. — 460 p.
3. Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации. Ч. 1 // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
4. Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации. Ч. 2 // Современные технологии автоматизации. 2007. № 1. С. 78–88.
5. Ziegler J. G., Nichols N. B. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. 1942. Vol. 64. P. 759–768.
6. Бураков М. В. Нечеткие регуляторы: учеб. пособие. — СПб.: ГУАП, 2010. — 252 с.
7. Macvicar-Whelan P. J. Fuzzy Sets for Man-Machine Interaction // J. Man-Mach. Studies. 1976. Vol. 8. P. 687–697.